

**Tema 72. El problema de la posición de la Tierra en el Universo. Sistemas geocéntrico y heliocéntrico. Gravitación universal. Peso de los cuerpos. Importancia histórica de la unificación de la gravedad terrestre y celeste.**

4º curso de la ESO. Bloque 4. La Tierra en el Universo. Bloque 10. Las fuerzas y los movimientos.

**72.1. Introducción. El problema de la posición de la Tierra en el Universo**

**72.1.1. Sistema geocéntrico**

**72.1.2. Sistema heliocéntrico**

**72.2. La ley de la gravitación universal**

**72.3. Peso de los cuerpos**

**72.4. Importancia histórica de la unificación de la gravedad terrestre y celeste**

## 72.1. Introducción. El problema de la posición de la Tierra en el Universo

El movimiento de los cuerpos celestes, y muy especialmente el movimiento planetario, ha despertado el interés del hombre desde los más remotos tiempos. Aunque existe una amplia evidencia de que el hombre neolítico se servía, para construir calendarios y monumentos, de ciertos conocimientos astronómicos basados en la periodicidad de la mecánica terrestre, podemos fijar un punto de partida situándonos en la antigua Grecia, unos 400 años a.c.

En aquella época se consideraba que las leyes que gobiernan el movimiento de los cuerpos sobre la Tierra eran totalmente diferentes a las que gobiernan el movimiento de los astros. La tendencia de los cuerpos a caer hacia la Tierra se consideraba como una propiedad inherente de todos los cuerpos que se encuentran en el "dominio terrestre" o "sublunar", propiedad que no necesitaba de mayor explicación puesto que para ellos la Tierra era el centro del Universo. La Tierra, una gran esfera, permanecería fija, inmóvil, en el centro del Universo, que estaría formado por materia celeste (éter), pura e inmutable que giraría alrededor de la Tierra. La "materia celeste" tendría su propio movimiento natural, movimiento perfecto, sin principio ni fin, inmutable; esto es, **movimiento circular**. En definitiva, se tendría una **concepción geocéntrica del Universo**.

### 72.1.1. Sistema geocéntrico

En la antigüedad se conocían siete astros que se movían sobre el fondo estrellado: el Sol, la Luna, Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno. Con excepción de los dos primeros, los otros presentaban un movimiento irregular cuando se les observaba durante largos períodos de tiempo. Las diferencias de brillo que presentaban con el transcurso del tiempo demostraban que sus distancias a la Tierra eran cambiantes. El movimiento errático de estos cuerpos celestes despertó la curiosidad de los hombres y se les llamó **planetas** (errantes) y el estudio de sus movimientos fue la principal ocupación de los astrónomos hasta el siglo XVII.

Eudoxio de Cnidos, discípulo de Platón, imaginó el Universo constituido por 27 esferas concéntricas que giraban en torno a la Tierra. La esfera más exterior correspondía a la "bóveda celeste", en la que estaban fijadas las estrellas. Esta esfera daba una vuelta completa diaria, de Este a Oeste, alrededor de un eje que pasaba por los polos Norte y Sur de la Tierra. Así se explicaba el movimiento diario de las estrellas.

En una esfera interior se encontraba fijo el Sol, en un punto de su superficie; esta esfera giraba a razón de una vuelta completa anual alrededor de un eje, que por estar apoyado en la bóveda celeste, sería arrastrado por el movimiento diario de aquella.

Por fin, cada planeta estaba fijo sobre la superficie de una esfera que giraba en torno a un eje que a su vez era arrastrado por la rotación de la esfera más externa sobre la cual se apoyaba. Disponiendo los ejes según ángulos apropiados y eligiendo velocidad de rotación convenientes, podrían reproducirse el movimiento del Sol, la Luna, y los Planetas sobre el fondo de las estrellas fijas, tal como se observaba desde la Tierra.

**Aristóteles**, aceptó el modelo de las esferas móviles de Eudoxio y supuso la existencia, más allá de la mayor de las esferas, del divino "primun móvile" que hacía girar la bóveda celeste con un ritmo regular. Este movimiento se transmitiría con fricción a las esferas interiores. Adicionó 29 esferas más al modelo de Eudoxio para explicar las discrepancias del movimiento de los planetas. A pesar de ello, quedaba inexplicado el fenómeno de la apariencia, unas veces más próximos, otras más lejanos, de los cuerpos celestes a la Tierra, no compatibles con un conjunto de rotaciones de esferas.

A la muerte de Aristóteles el problema queda sin resolver y, entonces, empiezan a enfrentarse dos modos de enfocar el problema: la **teoría heliocéntrica** y la **geocéntrica modificada**. La primera de ellas tuvo como defensor a Aristarco de Samos, quien influido por Heráclides sugirió un esquema más simple del Universo en el que el Sol se encontraba en el centro del mismo, de modo que la Tierra, la Luna y los otros cinco planetas giraban en torno al Sol, con distancias y velocidades distintas; la Tierra giraba también alrededor de sí misma y colocaba el sistema total dentro de la esfera de las estrellas, que carecía de rotación, su movimiento aparente era una consecuencia del movimiento de rotación de la Tierra sobre sí misma. Por

este modelo, Aristarco fue considerado impío por sus contemporáneos y el modelo heliocéntrico hubo de esperar 18 siglos a las especulaciones de Copérnico.

De entre los representantes de los defensores del modelo geocéntrico destaca **Ptolomeo de Alejandría**, que desarrolló el modelo que lleva su nombre. El modelo incorpora nuevos artificios:

- A) **Movimiento excéntrico**. Se considera que la Tierra, en reposo, no está exactamente en el centro de rotación uniforme del Sol, la Luna y los Planetas, por lo que describirían trayectorias excéntricas en torno a la Tierra, lo que explicaría la variación de las distancias observadas de esos astros a la Tierra.
- B) **Movimiento en epiciclos**. Se supone que cada planeta recorre con movimiento uniforme circular una trayectoria de pequeño radio (epiciclo), cuyo centro se desplaza, a su vez, sobre otra circunferencia de mayor radio y centrada en la Tierra (deferente).

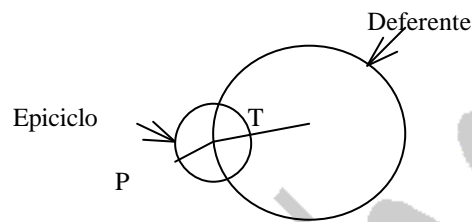
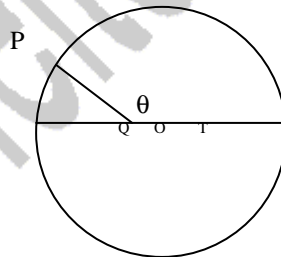


Fig.1

Los dos movimientos pueden tener velocidades, direcciones y radios independientes. En la fig. 1 se ilustra el movimiento epicíclico de un planeta. Con el artificio del movimiento epicíclico se puede explicar, en gran medida, las irregularidades observadas en las trayectorias de los planetas sobre el fondo estrellado cuando se las observa durante un período largo de tiempo. Eligiendo adecuadamente los radios, direcciones y velocidades, sobre el epiciclo y deferente, pueden generarse trayectorias ovaladas y excéntricas, sin necesidad de sacar a la Tierra de su centro y puede explicarse el movimiento "retrógrado" o cambio de dirección aparente de algunos planetas (Marte).

- C) El **ecuante**. El artificio del ecuante de Ptolomeo se esquematiza en la figura 2.



El astro P realiza un movimiento circular centrado en el punto O; de este modo se tiene una trayectoria excéntrica respecto a la Tierra. Sin embargo, el movimiento no es uniforme respecto a O, sino respecto del punto Q (**ecuante**), el ángulo  $\theta$  varía uniformemente con el tiempo. Obsérvese que no hay ningún punto del espacio con respecto al cual el movimiento de P sea a la vez circular y uniforme: el movimiento es circular respecto de O y uniforme respecto de Q. Con la introducción del ecuante se puede explicar que el Sol parezca moverse más rápido en invierno que en verano.

Combinado los tres artificios, Ptolomeo estableció un esquema geocéntrico que fue útil a los astrónomos y navegantes durante más de catorce siglos.

### 72.1.2. Sistema heliocéntrico

En el siglo XVI (1534), el monje **Nicolás Copérnico**, realizó una contribución capital al desarrollo del pensamiento humano. Desarrolló un sistema cosmológico en el que el Sol ocupaba el centro del Universo

y los planetas recorrían órbitas circulares alrededor de aquél. La Tierra perdía su situación de privilegio para convertirse en un planeta más, girando alrededor del Sol. Tan sólo la Luna giraba alrededor de la Tierra. El sistema de Copérnico incluía también una esfera inmóvil sobre la que se localizaban las estrellas fijas, su aparente rotación se debía a la rotación de la Tierra sobre su eje.

Copérnico llegó a la conclusión de que su descripción del sistema solar explicaba de forma exacta y sencilla los movimientos de los planetas sobre el fondo estrellado. Las trayectorias irregulares de aquellos, cuando se les observa desde la Tierra, son la consecuencia del movimiento de ésta. Una de las ventajas más obvias del sistema de Copérnico es la de ofrecer una explicación sencilla para el movimiento retrógrado observado en los planetas.

En su "De Revolutionibus", Copérnico se anticipó con argumentos apocalípticos a alguna de las objeciones que esperaba que hicieran a su sistema heliocéntrico, como antes se las habían hecho a Aristarco. Así, a la objeción de que la Tierra al girar sobre sí misma se calentaría y estallaría como una rueda a gran velocidad, contestaba: "¿Por qué no temen los defensores de la teoría geocéntrica que ocurra tanto con la esfera celeste en rotación mucho más rápida a causa de su mayor radio?" A la objeción de que las nubes y los pájaros quedarían atrás debido a la rápida rotación, contestaba que la atmósfera se mueve y es arrastrada por la rotación terrestre.

El sistema de Copérnico representó el total desmantelamiento de la cosmología aristotélica. Arrojava por la borda todo el armazón de la ciencia existente. La cuestión de si la Tierra estaba inmóvil o no, de si era o no el centro del Universo, era de importancia trascendental. Toda la cosmología medieval y la Física estaban tratadas en esa concepción del Universo y abandonarla parecía "peligroso".

La teoría de Copérnico no fue hecha pública hasta unos días después de su muerte. Copérnico retrasó prudentemente la impresión de su obra, ya que esperaba que las críticas fueran muy violentas, como así fue, se incluyó en el índice de libros prohibidos de la Iglesia Católica y Lutero acusó a Copérnico de loco y hereje. **Giordano Bruno** murió en la hoguera de la Inquisición por defender la teoría heliocéntrica y **Galileo** fue condenado de por vida a prisión, no obstante, las ideas de Copérnico habrían de imponerse con el paso del tiempo.

El **sistema heliocéntrico** tan sólo fue aceptado por unos pocos astrónomos que comprendieron las ventajas que ofrecía para sus cálculos, pero que pasaron por alto sus implicaciones en los órdenes físico y filosófico. Las discusiones continuaron durante más de cien años, lo que estimuló a los astrónomos a obtener datos de observación cada vez más precisos sobre el movimiento de los astros. Destacó entre ellos Tycho Brahe. Sus observaciones son de una precisión prodigiosa, si pensamos en que en aquella época carecían de telescopios.

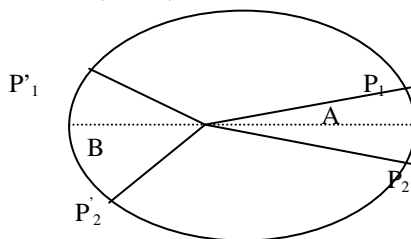
**Brahe** no aceptó las teorías de Copérnico, y pretendió demostrar a partir de sus observaciones rigurosas de los movimientos celestes que el sistema geocéntrico era correcto. Aunque estaba equivocado, el método seguido por él para comprobar el acierto de sus afirmaciones constituye un ejemplo del buen quehacer científico. A su muerte dejó una colección interesante de datos sobre 777 estrellas y una rigurosa descripción de los movimientos de los planetas durante 20 años, datos que fueron usados por Kepler, en el 1600, para describir la cinemática del Sistema Solar.

Los datos recopilados por Brahe fueron estudiados, analizados e interpretados por su discípulo **Johanes Kepler**. A diferencia del maestro, Kepler era un observador desmañado, pero tenía unos importantes conocimientos matemáticos y aceptaba la teoría heliocéntrica de Copérnico.

Los esfuerzos de Kepler se dirigieron a reproducir los movimientos observados de los planetas, de acuerdo con los datos de Brahe, en un esquema heliocéntrico. Comenzó trabajando con el método tradicional, recurriendo a las trayectorias excéntricas, a los movimientos en epiciclos y al ecuante. Una discrepancia en la trayectoria de Marte le hizo abandonar el método y considerar que el movimiento de los planetas podía ser "no uniforme".

Analizando los datos de Brahe, Kepler descubrió que el movimiento de los planetas no tenía velocidad constante, sino que el radio vector que une cada uno de los planetas con el Sol barre áreas iguales en tiempos iguales, de modo que la velocidad en el **perihelio** es mayor que en el **afelio**. Abandonó la trayectoria circular y descubrió que eran elípticas con el Sol situado en uno de sus focos. Estos descubrimientos se sintetizaron en tres leyes, conocidas como leyes de Kepler, publicadas en 1610

- 1º. Todos los planetas se mueven en órbitas elípticas que tienen al Sol en uno de sus focos.
- 2º. El vector de posición de cada planeta respecto al Sol barre áreas iguales en tiempos iguales (constancia de la velocidad areolar). El área A barrida para pasar de  $P_1$  a  $P_2$  en un tiempo t, es la misma que el área barrida para pasar de  $P'_1$  a  $P'_2$  (área B)



- 3º. La relación entre el cuadrado del período de revolución de cada uno de los planetas en su movimiento alrededor del Sol y el cubo de los semiejes mayores de sus respectivas órbitas elípticas es la misma para todos los planetas. Siendo T y T' los períodos de revolución y  $R^3$  y  $R'^3$  los correspondientes semiejes, esta última ley se expresa matemáticamente con la fórmula

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{R^3}{R'^3}$$

Hay que resaltar que las leyes de Kepler son leyes empíricas, pero no explican las causas. Constituyen una descripción cinemática del sistema solar. Hay que esperar medio siglo para que se formule una descripción dinámica.

## 72.2. La ley de la gravitación universal

Los trabajos de **Galileo** (1564-1642) suscitaron la creencia de la existencia de leyes universales que gobernarían tanto los movimientos de los cuerpos terrestres como de los celestes. Galileo diseñó el reloj de péndulo (lo construyó su hijo tras su muerte); sus observaciones, experimentos y análisis matemáticos de fuerza y movimiento sentaron las bases de la dinámica.

La vieja pregunta de Platón sobre la hipótesis de "¿qué movimientos circulares pueden explicar los movimientos de los astros?" ha perdido todo su significado en la "Nueva Filosofía". Las discusiones de la Royal Society de Londres se centraban en lo que se puede considerar los dos problemas críticos del siglo XVII:

- ✎ ¿Qué fuerzas actúan sobre los planetas que puedan explicar que éstos se muevan como lo hacen, según las leyes de Kepler?
- ✎ ¿Cómo han de explicarse los efectos observados de la gravitación terrestre ahora que la doctrina aristotélica ha debido ser rechazada?

**Newton**, (1642-1727) dio la respuesta a las preguntas con el descubrimiento de la **ley de la gravitación universal**, pudiendo explicar ahora el descubrimiento de Galileo de que en un determinado lugar de la Tierra, la aceleración de caída de los objetos es independiente del peso de éstos. Newton fue capaz de explicar el movimiento planetario y el movimiento de caída de los cuerpos sobre la superficie terrestre con un concepto común, sintetizado en una única teoría de las ciencias antes separadas: la Mecánica celeste y la Mecánica terrestre.

El descubrimiento no fue casual, sino el fruto maduro de una serie de esfuerzos encaminados a revelar el significado físico de las leyes de Kepler. Newton analizó el movimiento de la Luna en torno a la Tierra; sabía que este movimiento debía ser rectilíneo si no actuase ninguna fuerza sobre ella. Pero la Luna describe una trayectoria casi circular con centro en la Tierra. **Hooke** enseñó a Newton el procedimiento de analizar movimientos curvilíneos descomponiéndolos en dos componentes:

- Una **componente inercial**, tangente a la trayectoria, y otra
- **componente centrípeta**, dirigida hacia el centro.

La componente inercial tiende a lanzar el cuerpo a lo largo de la línea tangente a la trayectoria curvilínea; la componente centrípeta lo hacía "caer" hacia el centro, apartándose de la trayectoria rectilínea. En una órbita estable como la de la Luna, ambas componentes deben encontrarse en tal proporción que ni la Luna se aleja de la Tierra siguiendo un camino tangencial, ni se precipita sobre ella describiendo una espiral. En definitiva: debe existir una aceleración centrípeta, y una fuerza centrípeta, dirigida hacia la Tierra, que la engendre. En palabras de Newton:

*"Sin tal fuerza, la Luna no puede mantenerse en su órbita. Si esta fuerza fuese demasiado pequeña, su curso rectilíneo no se alteraría; si fuese demasiado grande, la alteración sería excesiva y la Luna se precipitaría hacia la Tierra"*

**¿Cuál es el origen de esa fuerza?** Pensó entonces que la fuerza que la Tierra ejerce sobre los cuerpos en caída libre podría ejercerse también sobre la Luna. Se trataba entonces de comparar los valores de la aceleración de la caída de los cuerpos sobre la superficie terrestre ( $9.8 \text{ m/seg}^2$ ), con el valor de la aceleración centrípeta de la Luna. A partir del radio de la órbita lunar ( $R_l = 384.400 \text{ Km.}$ ), y del período de rotación alrededor de la Tierra ( $T = 27,3 \text{ días}$ ), se puede calcular la aceleración centrípeta de la luna:

$$a = w^2 \cdot R_l = \frac{4\pi^2 R_l}{T^2} = 0.00272 \text{ m/s}^2$$

Este valor es aproximadamente 3600 veces más pequeño que "g". Si se admite que la Tierra atrae a la Luna en la misma forma con que atrae a los cuerpos situados cerca de su superficie, ¿por qué es tan pequeña la aceleración de "caída" de la Luna? Newton tuvo que admitir que esa fuerza debería disminuir en intensidad a medida que los cuerpos están más alejados de la Tierra.

La relación que existe entre la intensidad de dicha fuerza y la distancia de separación la dedujo Newton al analizar el movimiento planetario, considerando las fuerzas centrípetas que mantienen a los planetas en sus órbitas alrededor del Sol. Las órbitas son elípticas, pero las excentricidades, excepto para Mercurio, son tan pequeñas que bien pueden considerarse como circulares, con el Sol como centro común. Si se considera un planeta en una órbita circular de radio (R) y un período de revolución (T), la aceleración centrípeta es

$$a_c = \frac{v^2}{R} = w^2 \cdot R = 4\pi^2 \frac{R}{T^2}; \text{ ya que } v = w \cdot R \text{ } w = \text{velocidad angular: Como } w = 2\pi/T, \text{ si } F = m \cdot a;$$

$F_c$  será:

$$F_c = m \cdot a = 4\pi^2 m \frac{R}{T^2}, \text{ donde } m \text{ es la masa del planeta.}$$

La tercera ley de Kepler establece la proporcionalidad entre el cubo de los semiejes mayores de las órbitas y el cuadrado del período de revolución. Para una órbita circular:  $R^3 = K T^2$ . Donde K = es una constante para todos los planetas del sistema solar, cuyo valor es:  $K = 3.354 \cdot 10^{18} \text{ m}^3/\text{s}^2$ . Podemos eliminar el período T combinando las dos últimas ecuaciones, resulta:

$$F_c = 4\pi^2 K \frac{m}{R^2}$$

De modo que dicha fuerza resulta ser proporcional a la masa del planeta e inversamente proporcional al cuadrado de su distancia al Sol. Puesto que esta ecuación es válida para cualquier planeta del sistema solar, el factor K que aparece, sólo dependerá de alguna cualidad inherente al Sol, más propiamente debería escribirse

$$F_c = 4\pi^2 K_s \frac{m}{R^2}$$

Análogamente, las fuerzas que la Tierra ejerce sobre la Luna y los cuerpos en su superficie son:

$$F = 4\pi^2 K_t \frac{m}{R_l^2} \text{ y } F = 4\pi^2 K_t \frac{m}{R^2}$$



Donde  $K_t$  está relacionada con alguna propiedad de la Tierra y  $R_t$  y  $R$  se miden desde el centro de la Tierra. Newton no estaba seguro de la corrección de esta elección en la referencia para medir las distancias, de modo que retrasó la publicación de los "Principios" unos 20 años hasta que resolvió exactamente el problema, para lo cual hubo de inventar el cálculo diferencial.

A partir de las expresiones anteriores se pueden calcular las aceleraciones de la Luna y de los cuerpos de caída libre:

$$a_l = \frac{F_l}{m_l} = \frac{4p^2 K_t}{R_l^2}, a = g = \frac{F}{m} = \frac{4p^2 K_t}{R^2}, \text{ que el cociente entre estas cantidades es}$$

$$\frac{a_l}{g} = \frac{R^2}{R_l^2} \approx \frac{1}{60^2} = \frac{1}{3600} \text{ ya que el radio de la órbita lunar es, aproximadamente, unas 60 veces el radio de la}$$

Tierra. Así pudo comparar, por métodos estrictamente cinemáticos, los resultados obtenidos anteriormente. El excelente acuerdo entre ambos reforzó la idea de que las fuerzas centrípetas que mantenían a los planetas en sus órbitas en torno al Sol eran de la misma naturaleza que las que mantenían a la Luna en rotación alrededor de la Tierra y que las que hacen caer a los cuerpos sobre la superficie terrestre. Todas son **fuerzas gravitatorias**. Newton decía:

*" La fuerza que retiene a los cuerpos celestes en sus órbitas ha sido llamada hasta ahora "fuerza centrípeta"; pero está claro que ésta no puede ser otra que una fuerza gravitatoria que llamaremos en adelante gravedad"*

El carácter central de la fuerza gravitatoria permite demostrar que las órbitas han de ser planas (1ª ley de Kepler) y la constancia de la velocidad areolar (2ª ley de Kepler). La proporcionalidad inversa de la fuerza con el cuadrado de la distancia al "centro de la fuerza" permite demostrar que dichas órbitas han de ser elípticas, con el centro de fuerza situado en uno de los focos. Newton hizo todas las comprobaciones y demostró que una fuerza gravitatoria directamente proporcional a la masa del planeta, inversamente proporcional al cuadrado de la distancia al Sol y dirigida hacia éste, daba una explicación dinámica de las leyes cinemáticas descubiertas por Kepler para el movimiento planetario.

Newton se dio cuenta que el sistema descrito, considerando a los planetas como masas puntuales y al Sol como un centro de "atracción inmóvil" era una simplificación matemática, pero que no se correspondía con la realidad. La tercera de las leyes de Newton, la de acción y reacción, juega un papel clave en el razonamiento newtoniano. Si el Sol atrae gravitatoriamente a un planeta, éste deberá ejercer una acción igual y opuesta sobre aquel. En esta concepción de la interacción mutua, el planeta no puede moverse simplemente alrededor del sol; tanto el uno como el otro deberán moverse alrededor de su centro de masa común.

En esta idea de interacción gravitatoria está el origen para la ley definitiva de la Gravitación Universal. Si admitimos que la atracción gravitatoria entre el Sol y un planeta, de masa  $m$ , ha de ser recíproca, tenemos que admitir que el factor ( $4 \pi^2 K_s$ ) es proporcional a la masa del Sol ( $M$ ), esto es

$$F_1 = 4p^2 K_1 \frac{M}{R^2} \text{ y en el caso de la Tierra: } F_2 = 4p^2 K_2 \frac{m}{R^2}; \text{ resulta que igualando ambas expresiones}$$

$$\frac{K_1}{m} = \frac{K_2}{M} = K_s, K_1 = mK_s \text{ y } K_2 = MK_s; \text{ de donde resulta que: } F = 4p^2 K_s \frac{M \cdot m}{R^2}$$

por lo que  $4 p^2 K_s = G$ ; donde  $G$  es un factor de proporcionalidad. Entonces, la fuerza gravitatoria entre el Sol y los planetas queda expresada en la forma:

$$F = G \frac{M \cdot m}{R^2}$$

donde  $M$  = masa del Sol,  $m$  = masa del planeta. Newton pone de relieve el papel crucial que jugó la 3ª ley del movimiento en el descubrimiento de la ley de la Gravitación en el siguiente pasaje de "El sistema mundo".

*"...y puesto que la acción de la fuerza centrípeta sobre el cuerpo atraído, para distancias iguales, es proporcional a la materia de este cuerpo, es también razonable que sea proporcional a la materia del cuerpo que atrae. Puesto que la acción es mutua, hace que los cuerpos se acerquen el uno al otro por un mismo comportamiento mutuo (3ª ley), y consiguientemente debe ser la misma en ambos cuerpos". Finalmente concluye: "...según esta ley todos los cuerpos deben atraerse entre sí"*

De modo que la ley de Gravitación es "universal. Como para los cuerpos pequeños estas fuerzas son inobservables, Newton dedujo que deberían ser muy pequeñas y que sólo es posible observar estas fuerzas en los cuerpos enormes de los planetas.

En general, de acuerdo con la Ley de gravitación universal de Newton, podemos enunciar: **la fuerza entre dos partículas materiales, de masas  $M_1$  y  $M_2$ , que están separadas por una distancia  $r$ , es una atracción que actúa a lo largo de la línea que las une y cuya magnitud viene dada por:**

$$F = G \frac{M_1 \cdot M_2}{r^2}$$

donde G es una constante universal que tiene el mismo valor para cada pareja de partículas ( $6,67 \cdot 10^{-11}$  N · m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>).

Existe un aspecto de la anterior ecuación que es conveniente destacar: no define ninguna de las magnitudes físicas que en ella intervienen; por consiguiente, la constante G exige una determinación experimental. Una vez determinado experimentalmente el valor de G, podemos utilizar dicho valor para calcular las fuerzas gravitatorias.

La determinación del valor de G fue realizada por el también británico **Henry Cavendish**, en 1798. Utilizando una balanza de torsión a la que después se daría su nombre, la dedujo, así como la densidad media de la Tierra. Dos pequeñas masas esféricas de elevada densidad se sitúan en el extremo de un segmento metálico que a su vez se suspende por su centro de gravedad utilizando una fibra muy fina. Al introducir en el sistema equilibrado dos grandes esferas de otro material denso, plomo, por ejemplo, se produce un giro del segmento hacia las masas de mayor tamaño. A partir de la medida de la torsión de la fibra, registrada mediante un rayo luminoso reflejado convenientemente situado. Al introducir el valor calculado de G, en la expresión  $M_t = (g/G) R^2$ , le permitió calcular la masa terrestre total.  $R$  = radio terrestre.  $M_t = 5,97 \cdot 10^{24}$  Kg.

En el movimiento planetario la fuerza centrípeta viene determinada por la atracción solar, que según la ley de la gravitación universal vale

$$F_c = G \frac{M_s \cdot m_p}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

En esta expresión la masa del planeta ( $m_p$ ), puede considerarse nula ya que no tiene efecto alguno sobre su movimiento. Si se determina la velocidad en función de la frecuencia de giro ( $f$ )

$$v = 2\pi r f, \text{ o } v = \frac{2\pi r}{T} \text{ siendo } T = \text{período de revolución, por lo que si } F = m \cdot a = m \cdot v^2 / r$$

$$a = 4\pi^2 r f^2; \text{ y como } F = m \cdot a = G M_s \cdot m / r^2; G \cdot M_s = a \cdot r^2 = 4\pi^2 r^3 f^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2}$$

Esta notación es la forma canónica de la **ecuación fundamental del movimiento planetario**, que permite conocer la masa solar a partir de  $r$  y  $T$ , la distancia del Sol a los planetas conociendo  $M_s$  y  $T$ , y el período de revolución a partir de  $M_s$  y  $r$ .

## 72.3. Peso de los cuerpos



Las leyes de la dinámica establecen una definición operacional de la masa de los cuerpos. La masa de los cuerpos es la relación constante entre la fuerza que actúa sobre ellos y la aceleración que les produce; representa una medida cuantitativa de la "oposición, resistencia o inercia" que el cuerpo ofrece para acelerarse, esto es, para modificar su estado de movimiento bajo la acción de las fuerzas. Por eso se le llama **masa inercial**.

Aquí estamos discutiendo una interacción particular entre dos opciones cualesquiera de materia; La **interacción gravitatoria**. La ley de la gravitación establece que la fuerza atractiva entre dos partículas materiales es proporcional al producto de sus masas. Entonces, podemos considerar la masa como "aquella propiedad de la materia en virtud de la cual toda partícula material interacciona gravitatoriamente con cualquier otra partícula material. La denominamos **masa gravitatoria**, que es conceptualmente distinta a la masa inercial. La unidad utilizada en el Sistema Internacional (S. I.) es el kilogramo (kg).

Como consecuencia de la proporcionalidad existente entre la masa de un cuerpo y la fuerza gravitatoria que actúa sobre él, podemos determinar la masa gravitatoria. Así, la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre un cuerpo de masa gravitatoria  $m_g$  situado en/o próximo a su superficie es lo que llamamos Peso (P) de un cuerpo, y viene dado por:

$$P = G \frac{M_g \cdot m_g}{R^2} = \left( G \frac{M_g}{R^2} \right) \cdot m_g = g \cdot m_g$$

donde  $R$  y  $M_g$  representan, respectivamente, el radio y la masa gravitatoria de la Tierra. Obsérvese que el factor entre paréntesis es constante para un lugar determinado sobre la superficie terrestre, si bien cambia de un lugar a otro debido al achatamiento de la Tierra y a su falta de homogeneidad (Ver tema 2, Método gravimétrico). Designamos dicho factor por la letra " $g$ ". Dado que el peso de un cuerpo viene dado por el producto de su masa ( $m_g$ ) por el factor " $g$ ", se deduce que si en un mismo lugar de la Tierra dos cuerpos tienen el mismo peso, también tendrán la misma masa gravitatoria. La unidad de peso en el Sistema Internacional es el newton (N). Otra unidad muy utilizada es el kilopondio (kp) o kilogramo-fuerza: 1 Kp = 9,8 N.

Podemos determinar el peso de un cuerpo mediante una balanza de resorte previamente calibrada (dinamómetro). La balanza de dos brazos nos permite determinar con gran precisión y sencillez si dos pesos son iguales.

## 72.4. Importancia histórica de la unificación de la gravedad terrestre y celeste

Una de las mayores aplicaciones de la teoría de la Gravitación Universal fue el comienzo de una nueva ciencia, la mecánica celeste. Aquí no vamos a tratar su desarrollo, aunque hay un par de aspectos que indican la potencia y las limitaciones de la teoría de Newton.

En 1781 el astrónomo **Herche** usaba un magnífico telescopio con el que descubrió un nuevo planeta más allá de Saturno, que recibió el nombre de Urano. Observado este planeta durante muchos años, pudo comprobarse que no seguía la órbita prevista por la mecánica celeste. Ante la discrepancia, varios astrónomos sugirieron la existencia de un planeta aún más lejano cuya influencia sería la causa del comportamiento anómalo de Urano. El astrónomo Leverrier llegó a precisar, por cálculo, el lugar donde debía encontrarse el nuevo planeta, que fue identificado en 1846, donde estaba previsto y recibió el nombre de Neptuno.

Otra discrepancia con la mecánica celeste es el desplazamiento del perihelio de Mercurio, que no se pudo explicar. Hubo que esperar a la teoría de la gravitación de Einstein (1916). Sólo muy cerca de un astro tan masivo como el Sol resulta ligeramente insuficiente la teoría de Newton.

La importancia histórica de la unificación de las mecánicas celeste y terrestre, que hace Newton con la gravitación universal, radica en el cambio de concepción filosófica del Universo, llegando a imbuir al

pensamiento científico de la idea de que las leyes de la naturaleza tienen carácter universal y son sencillas. Nace la Física moderna y con ella el concepto de modelo o Teoría que explica el comportamiento de los fenómenos naturales.

La actitud de Newton es extraordinariamente moderna y se sintetiza en la afirmación: "Hypothesis noningo", al final de los principios. Newton no hace la misma hipótesis para deducir su ley de la gravitación a partir de modelos mecanicistas intuitivos. Se limita a mostrar que las fuerzas calculadas con su ley, unidas a las leyes de la mecánica, permiten explicar admirablemente el sistema planetario. Newton no entra a analizar la naturaleza de tales fuerzas, y de ahí le vienen las mayores críticas, ya que por aquella época no se entendía el concepto de la "acción a distancia". Hay que esperar a que Einstein, en su teoría general, explique la interacción gravitatoria como una alteración de la geometría del continuum espacio-tiempo, por la presencia de una masa.

[www.eltemario.com](http://www.eltemario.com)